Seat No. / Enrolment No.:

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – 2 (NEW) – EXAMINATION – Winter-2024

Subject Code: 4320001 **Date: 22-01-2025**
Subject Name: Applied Mathematics
Time: 10:30 AM TO 01:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.**
5. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**
(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો.)

(1) Order of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ =………
(a) 2×3 (b) 3×2 (c) 2×2 (d) 3×3

(૧) શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ ની કક્ષા =.......
(અ) 2×3 (બ) 3×2 (ક) 2×2 (ડ) 3×3

(2) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then A^T =…………
(a) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (d) None of these

(૨) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ તો A^T =…………
(અ) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (બ) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ (ક) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (ડ) એક પણ નહીં

(3) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ then $adj(A)$ =…………..
(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

(૩) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ તો $adj(A)$ =…………..
(અ) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (બ) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ (ક) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (ડ) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ =………………..
(a) 5 (b) 3 (c) 11 (d) -1

(૪) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ =………………..
(અ) 5 (બ) 3 (ક) 11 (ડ) -1

(5) $\frac{d}{dx}(x^3 + 1)$ =……
(a) $3x^2$ (b) x^2 (c) $3x^2 + 1$ (d) x^3

(૫) $\frac{d}{dx}(x^3+1) =\ldots\ldots$

(અ) $3x^2$ (બ) x^2 (ક) $3x^2+1$ (ડ) x^3

(6) $\frac{d}{dx}(\sec^2 x - \tan^2 x) =\ldots\ldots$

(a) 1 (b) 0 (c) $3x^2$ (d) None of these

(૬) $\frac{d}{dx}(\sec^2 x - \tan^2 x) =\ldots\ldots$

(અ) 1 (બ) 0 (ક) $3x^2$ (ડ) એક પણ નહીં

(7) $\frac{d}{dx}(\log x) =\ldots\ldots$

(a) 1 (b) $-\frac{1}{x}$ (c) $\frac{1}{x}$ (d) None of these

(૭) $\frac{d}{dx}(\log x) =\ldots\ldots$

(અ) 1 (બ) $-\frac{1}{x}$ (ક) $\frac{1}{x}$ (ડ) એક પણ નહીં

(8) $\int x^2 dx =$……..+ C

(a) x (b) x^3 (c) $2x$ (d) $\frac{x^3}{3}$

(૮) $\int x^2 dx =$……..+ C

(અ) x (બ) x^3 (ક) $2x$ (ડ) $\frac{x^3}{3}$

(9) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \; dx =$……. + C

(a) 0 (b) $\cos x$ (c) 1 (d) 2π

(૯) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \; dx =$……. + C

(અ) 0 (બ) $\cos x$ (ક) 1 (ડ) 2π

(10) $\int_1^3 \frac{1}{x}\, dx =\ldots\ldots\ldots$

(a) -3 (b) $\log x$ (c) $\log 3$ (d) None of these

(૧૦) $\int_1^3 \frac{1}{x}\, dx =\ldots\ldots\ldots$

(અ) -3 (બ) $\log x$ (ક) $\log 3$ (ડ) એક પણ નહીં

(11) Order and Degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \frac{dy}{dx} + 1 = 0$ are ....

(a) 2,3 (b) 3,2 (c) 1,3 (d) 2,1

(૧૧) વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \frac{dy}{dx} + 1 = 0$ ની કક્ષા અને પરિમાણ =............

(અ) 2,3 (બ) 3,2 (ક) 1,3 (ડ) 2,1

(12) Integrating Factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y = 1$ is

(a) $\log x$ (b) x (c) $\tan x$ (d) None of these

(૧૨) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + y = 1$ નો સંકલ્પકારક અવયવ =........

(અ) $\log x$ (બ) x (ક) $\tan x$ (ડ) એક પણ નહીં

(13) Mean of 1,3,5,7,9 is

(a) 5 (b) 4 (c) 25 (d) None of these

(૧૩) 1,3,5,7,9 નો મધ્યક =............

(અ) 5 (બ) 4 (ક) 25 (ડ) એક પણ નહીં

(14) If the Mean of 15, 7,6, a,3 is 4 then a = …………

(a) 10 (b) 21 (c) -11 (d) 11

(૧૪) જો 15, 7, 6, a, 3 નો મધ્યક 4 હોય તો a=.............

(અ) 10 (બ) 21 (ક) -11 (ડ) 11

Q.2

(A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **06**

(1) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, then prove that $A^2 - 7A + 14I_2 = 0$.

(૧) જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$હોય, તો સાબિત કરો કે $A^2 - 7A + 14I_2 = 0$.

(2) Using matrix, solve the following system:
$3x - y = 1, 2x + y = 4$.

(૨) શ્રેણિકની મદદથી નીચેની સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ મેળવો:
$3x - y = 1, 2x + y = 4$.

(3) Solve:

$$(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} + 2xy = e^x$$

(૩) ઉકેલો:

$$(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} + 2xy = e^x$$

(B) Attempt any two(કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **08**

(1) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, then find A^{-1}.

(૧) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ તો A^{-1} મેળવો.

(2) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, then prove that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

(૨) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

(3) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, then prove that $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I_3 = 0$.

(૩) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I_3 = 0$.

Q.3

(A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **06**

(1) Differentiate $\frac{e^{\cos x}}{\tan x}$ with respect to x.

(૧) $\frac{e^{\cos x}}{\tan x}$ નું x પ્રત્યે વિકલન કરો.

(2) If $x = \frac{1}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right)$ and $y = \frac{1}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right)$, then find $\frac{dy}{dx}$.

(૨) જો $x = \frac{1}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right)$ અને $y = \frac{1}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right)$, તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

(3) Find: $\int \sin 5x \sin 6x \, dx$.

(3) શોધો: $\int \sin 5x \sin 6x \, dx$.

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **08**

(1) If $y = \log(\sin x)$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$.

(૧) જો $y = \log(\sin x)$,તો સાબિત કરો કે $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$.

(2) If the motion of a particle is given by the equation $S = t^3 - t^2 + 2t + 11$, then

a) Find Velocity at $t = 1$

b) Find Acceleration at $t = 2$.

(૨) એક કણની ગતિનું સમીકરણ $S = t^3 - t^2 + 2t + 11$, હોય તો

અ)$t = 1$પાસે વેગ મેળવો

બ) $t = 2$પાસે પ્રવેગ મેળવો.

(3) Find the maximum and minimum value of the function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$.

(3) વિધેય $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ ની મહતમ અને ન્યૂનતમ કિંમતો શોધો.

Q.4

(A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **06**

(1) Find $\int \frac{\sin x \cos x}{1+\sin^2 x} \, dx$.

(૧) $\int \frac{\sin x \cos x}{1+\sin^2 x} \, dx$ મેળવો.

(2) Find $\int_1^e \frac{(\log x)^2}{x} \, dx$.

(૨) $\int_1^e \frac{(logx)^2}{x} \, dx$ મેળવો.

(3) Find the Mean of the following data:

30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
3	7	12	15	8	3	2

(3) નીચેની માહિતી નો મધ્યક શોધો:

30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
3	7	12	15	8	3	2

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **08**

(1) Find $\int x \sin x \, dx$.

(૧) $\int x \sin x \, dx$ મેળવો.

(2) Find the area of a circle $x^2 + y^2 = a^2$ using Integration.

(૨) સંકલનની મદદથી વર્તુળ $x^2 + y^2 = a^2$ નું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

(3) Find the Standard Deviation of the following Data:

0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
12	38	42	23	5

(3) નીચેની માહિતીનો પ્રમાણિત વિચલન શોધો:

0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
12	38	42	23	5

Q.5

(A)Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **06**

(1) If the Mean of the following data is 100, then find the value of x:

x_i	92	93	97	98	102	104	109
f_i	3	2	3	2	x	3	3

(૧) જો નીચેની માહિતીનો મધ્યક 100 હોય, તો x ની કિંમત શોધો:

x_i	92	93	97	98	102	104	109
f_i	3	2	3	2	x	3	3

(2) Find the Mean Deviation of the following data:

x_i	4	8	11	17	20	24	32
f_i	3	5	9	5	4	3	1

(૨) નીચેની માહિતીનો સરેરાશ વિચલન શોધો:

x_i	4	8	11	17	20	24	32
f_i	3	5	9	5	4	3	1

(3) Find the Standard Deviation of the following Date:
120, 132, 148, 136, 142, 140, 165, 153.

(૩) નીચેની માહિતીનો પ્રમાણિત વિચલન શોધો:
120, 132, 148, 136, 142, 140, 165, 153.

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **08**

(1) Solve: $xy\,dx + (1 + x^2)dy = 0$.

(૧) ઉકેલો: $xy\,dx + (1 + x^2)dy = 0$.

(2) Solve: $\frac{dy}{dx} + y\,tanx = secx$.

(૨) ઉકેલો: $\frac{dy}{dx} + y\,tanx = secx$.

(3) Solve: $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 0, y(2) = 1$.

(૩) ઉકેલો: $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 0, y(2) = 1$.